

Anyagvizsgálati módszerek

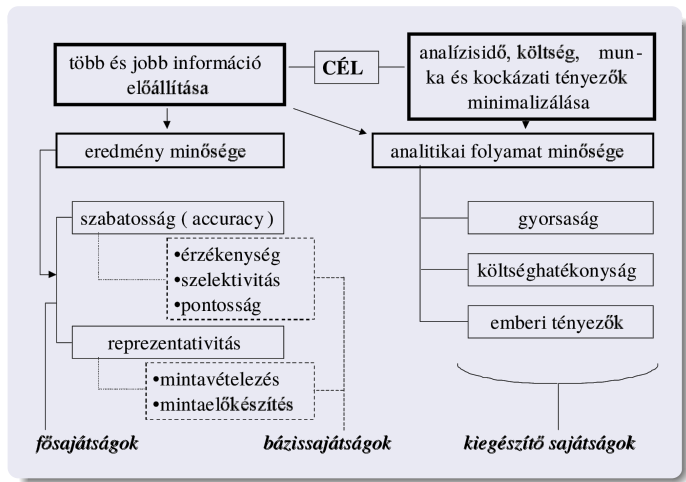
Mérési adatok feldolgozása

Anyagvizsgálati módszerek

Pannon Egyetem
Mérnöki Kar

Mérési eredmények felhasználása

Tulajdonságok hierarchikus kapcsolatrendszere


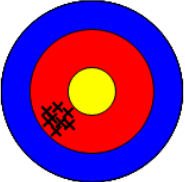

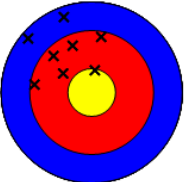


Véletlen hiba (szórás, precizitás)

- oldatkészítés bizonytalansága
- mintabeviteli eltérések
- sztochasztikus folyamatok
- detektor zaj
- ...

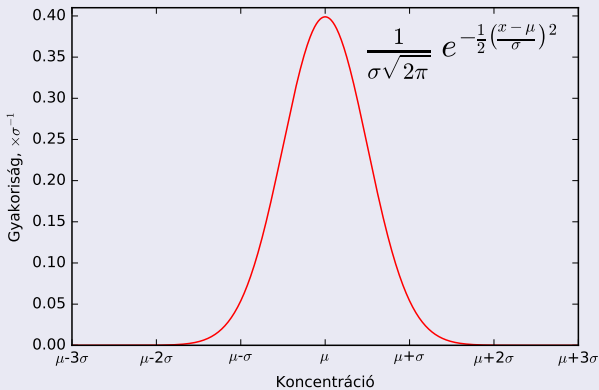
Rendszeres hiba (pontosság)

- oldatkészítési hiba
- kiértékelési tévedés
- módszertani probléma
- jelek átfedése
- ...

	Accurate	Inaccurate (systematic error)
Precise		
Imprecise (reproducibility error)		

Véletlen hiba jellemzése

Mért értékek: normális eloszlás



várható érték: μ , szórás: σ

Mérések átlaga és szórása

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \mu$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} s = \sigma$$

Átlag szórása

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} s_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sigma_{\bar{x}}$$

Normális eloszlás

$$\frac{x - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$$

Student-féle t -eloszlás

$$\frac{x - \mu}{s_{\bar{x}}}$$

Normális eloszlás

$$f(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

várható érték: μ , szórás: σ

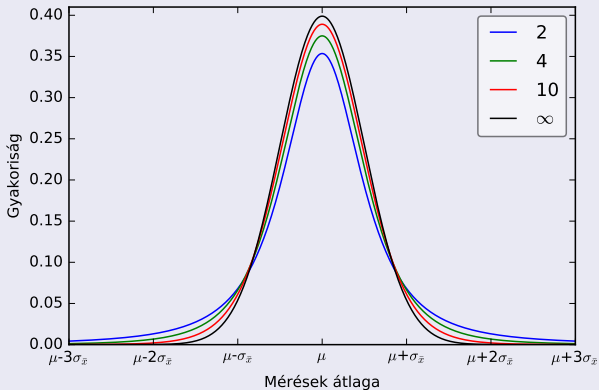
t -eloszlás

$$f(x | \nu, \mu, \sigma) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \sigma\sqrt{\nu\pi}} \left(1 + \frac{1}{\nu} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

szabadsági fok: ν , várható érték: μ , szórás: $\sqrt{\frac{\nu}{\nu-2}} \sigma$

Student-féle t -eloszlás

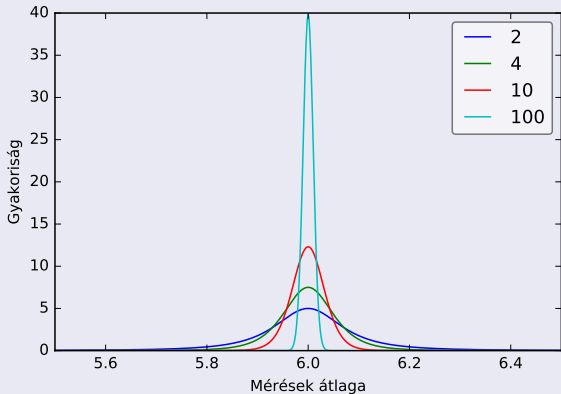
analitikai mérések esetén



$$\nu = n - 1, \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Student-féle t -eloszlás

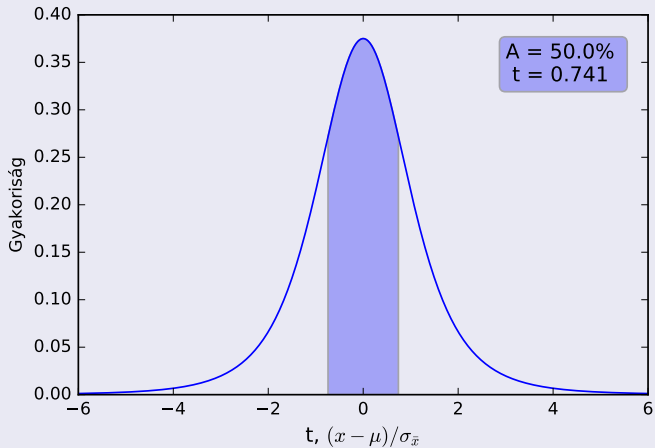
mérések számának hatása



$$\nu = n - 1, \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

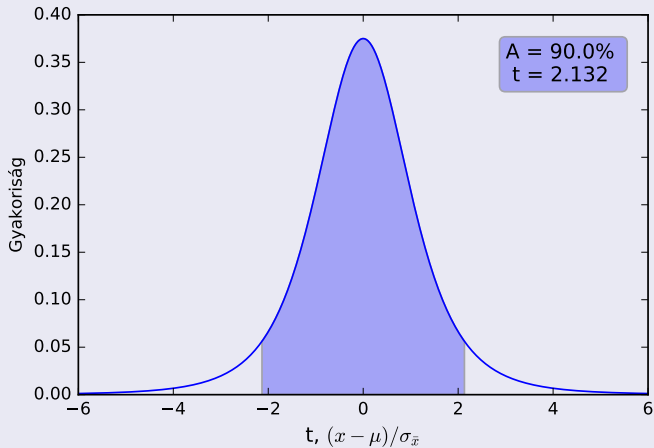
Student-féle t -eloszlás

$n = 5$



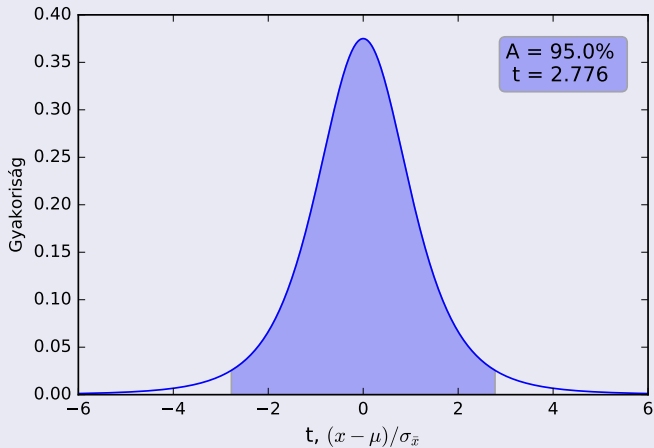
Student-féle t -eloszlás

$n = 5$



Student-féle t -eloszlás

$n = 5$



Mérési eredmények megbízhatósági intervalluma

Konfidencia intervallum

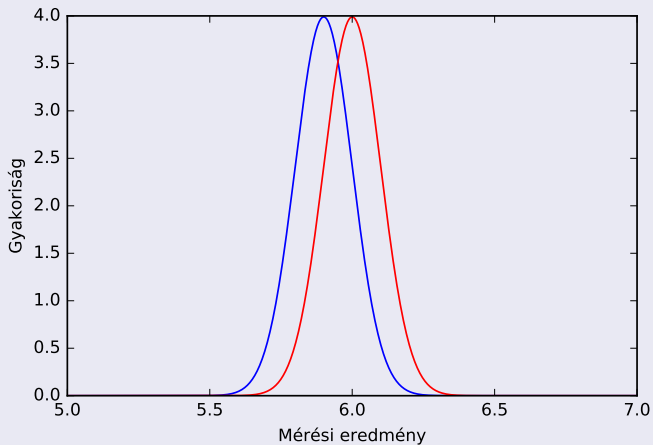
Eredmény:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

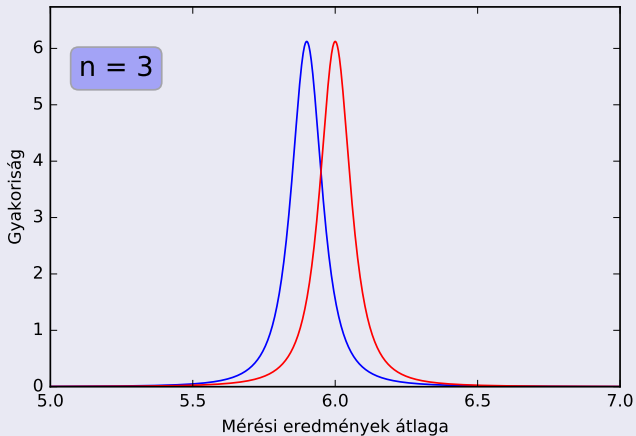
Table of Probabilities for Student's t-Distribution

df	0.600	0.700	0.800	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
1	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.584	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.569	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.549	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.546	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.543	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.540	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.539	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.538	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.537	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.534	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878

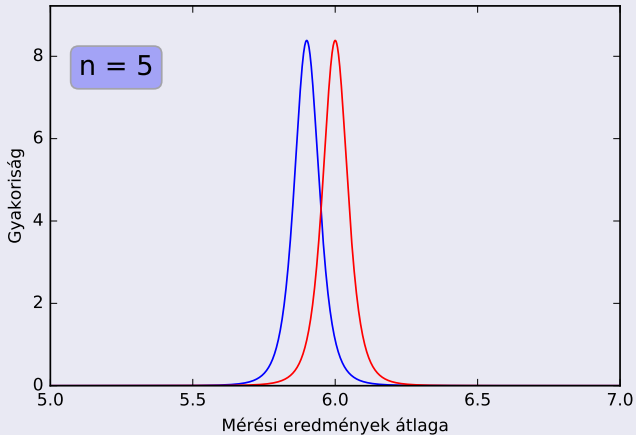
Mérési eredmények megkülönböztetése



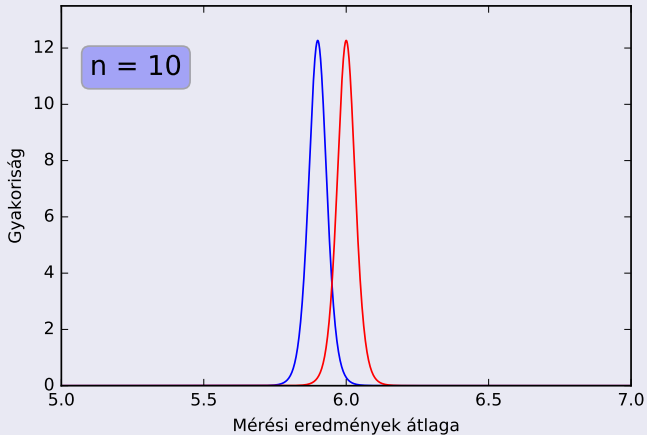
Mérési eredmények megkülönböztetése



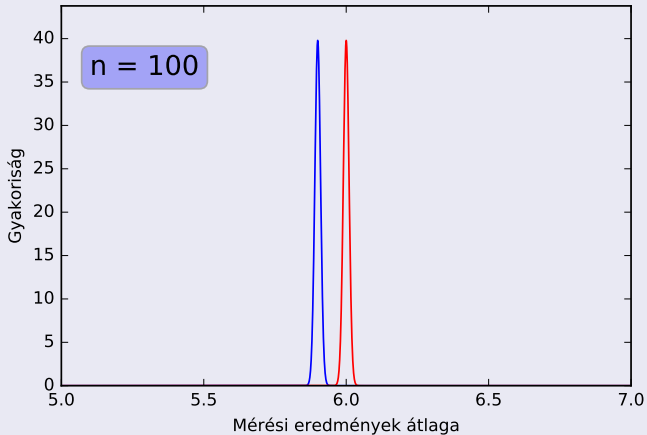
Mérési eredmények megkülönböztetése



Mérési eredmények megkülönböztetése



Mérési eredmények megkülönböztetése



Átlag vs. tetszőleges μ

$$t_{n-1} \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} \frac{|\bar{x} - \mu|}{s/\sqrt{n}} \quad ?$$

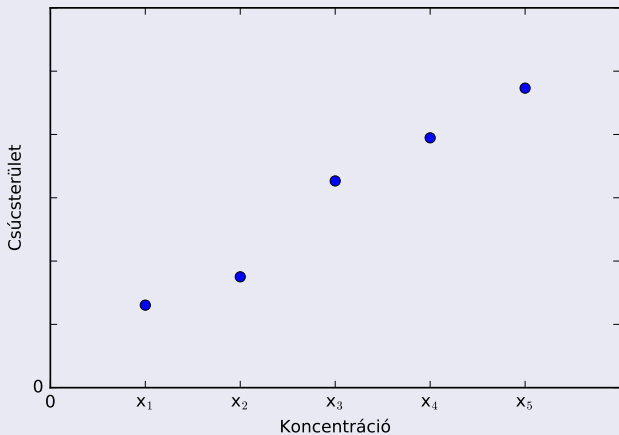
Két átlag

$$s = \frac{(n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$t_{n_1+n_2-2} \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad ?$$

Lineáris regresszió

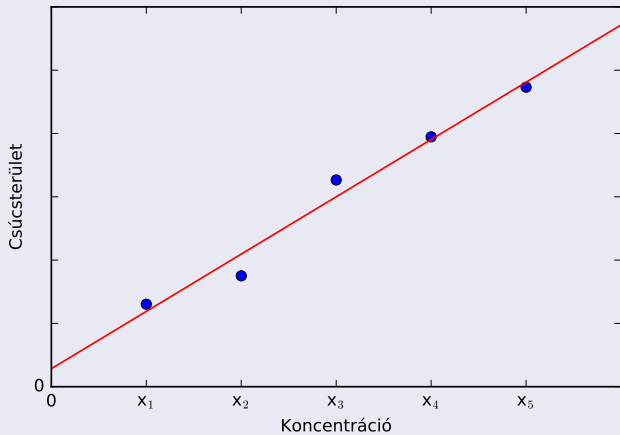
Kalibráció et. al



$$y = a x + b$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x}$$



$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y'_i)^2}{n - 2}} \quad \left(\rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{k}} \right)$$

$$s_a = s_{y/x} \frac{1}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

$$s_b = s_{y/x} \sqrt{\frac{1}{n} \frac{\sum x_i^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

$$a \pm t_{n-2} s_a \quad \text{és} \quad b \pm t_{n-2} s_b$$

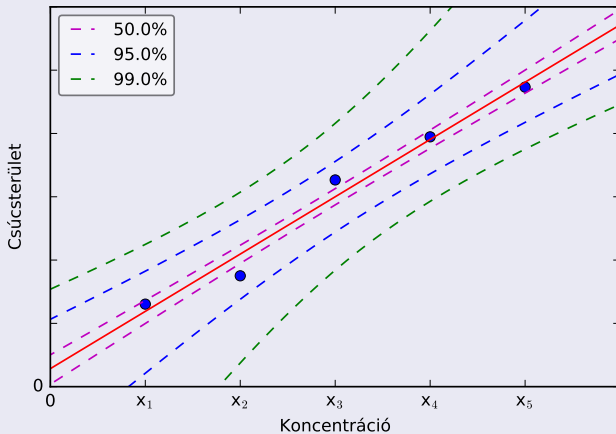
$$s_{x_0} = \frac{s_{y/x}}{a} \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}$$

$$m = k \quad (\text{lehetőleg})$$

$$x = x_0 \pm t_{n-2} s_{x_0}$$

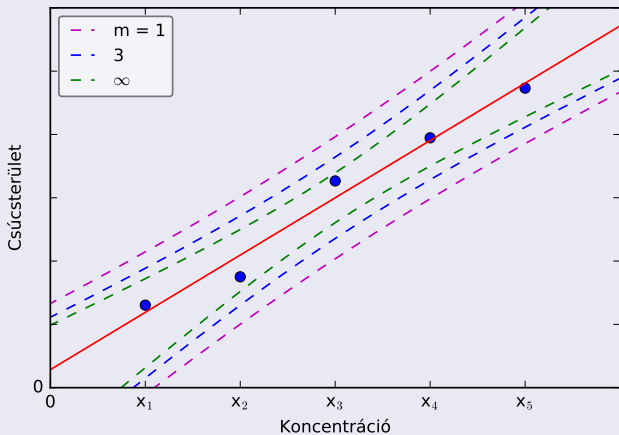
Mérési adatok bizonytalansága

Megbízhatósági szint



Mérési adatok bizonytalasága

Ismétlések száma



$$\text{LoD} = 3 \frac{s_{y/x}}{a}$$

